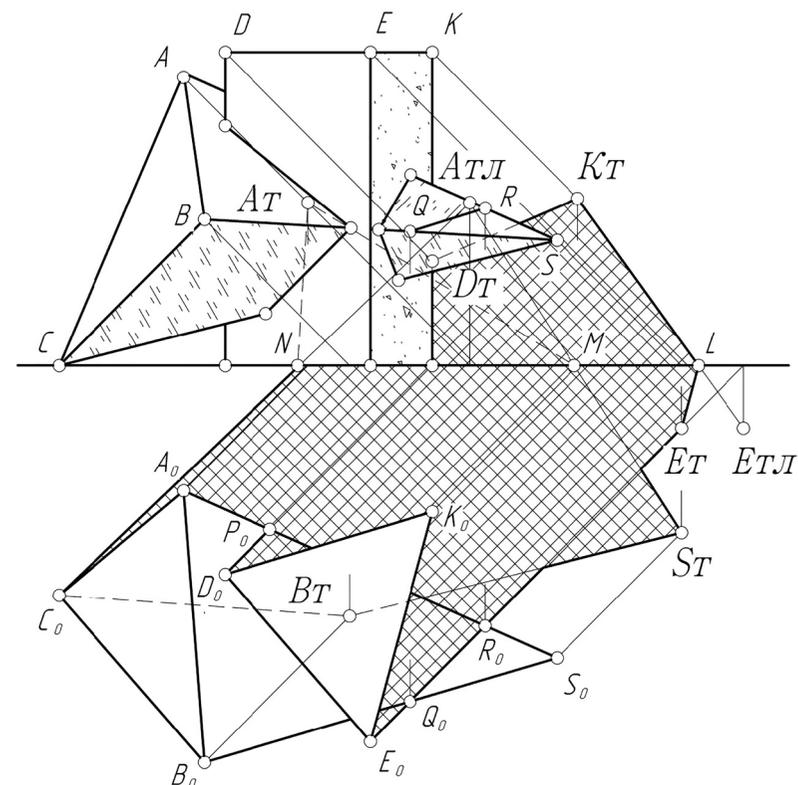


Т. Ю. Сафонова

# МНОГОГРАННИКИ. ПОСТРОЕНИЕ ТЕНЕЙ



ISBN 978-5-6045957-3-2



**STIEGLITZ**  
**ACADEMY**  
АКАДЕМИЯ ШТИГЛИЦА

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ  
ХУДОЖЕСТВЕННО-ПРОМЫШЛЕННАЯ АКАДЕМИЯ  
имени А. Л. Штиглица**

Кафедра гуманитарных и инженерных дисциплин

Т. Ю. Сафонова

**МНОГОГРАННИКИ. ПОСТРОЕНИЕ ТЕНЕЙ**

*Учебно-методическое пособие*

по дисциплине «Технический рисунок. Начертательная геометрия»  
для обучающихся по специальности

54.05.01 Монументально-декоративное искусство  
(Монументально-декоративное искусство (интерьеры))

Санкт-Петербург  
2021

**УДК 514.18**  
**ББК 22.151**  
**С12**

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургская государственная художественно-промышленная академия имени А. Л. Штиглица» в качестве учебно-методического пособия.

*Рецензент:*

Ю. Г. Параскевопуло, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой начертательной геометрии и графики Петербургского государственного университета путей сообщения

**С12 Сафонова Т. Ю.**

Многогранники. Построение теней : учебно-методическое пособие / Т. Ю. Сафонова ; ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургская государственная художественно-промышленная академия имени А. Л. Штиглица». — Санкт-Петербург : СПГХПА им. А. Л. Штиглица, 2021. — 20 с.

ISBN 978-5-6045957-3-2

В пособии изложен метод построения линии пересечения многогранников, рассмотрены вопросы определения видимости граней, пошагово показано нанесение контура падающей тени. Все этапы выполнения задания проиллюстрированы, что облегчает восприятие излагаемого материала.

Издание подготовлено в соответствии с учебной программой дисциплины «Технический рисунок. Начертательная геометрия» СПГХПА им. А. Л. Штиглица. В нём использован многолетний практический опыт работы кафедры гуманитарных и инженерных дисциплин. Пособие адресовано обучающимся по специальности 54.05.01 Монументально-декоративное искусство (Монументально-декоративное искусство (интерьеры)).

**ISBN 978-5-6045957-3-2**

© Т. Ю. Сафонова, 2021

© ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургская государственная художественно-промышленная академия имени А. Л. Штиглица», 2021

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	4
1. Многогранники. Пересечение многогранников .....	5
2. Построение линии пересечения многогранников. Видимость .....	6
3. Принципы построения теней.....	10
4. Построение контура падающей тени от многогранников на плоскости проекций .....	13
5. Определение освещенности сторон многогранников.....	14
6. Построение контура падающей тени на гранях многогранников, являющихся плоскостями общего положения .....	15
7. Методические рекомендации по выполнению индивидуального графического задания.....	16
Заключение.....	17
Список рекомендуемой литературы.....	18

## ВВЕДЕНИЕ

Исторически прослеживается взаимосвязь трех дисциплин: «Рисунок», «Начертательная геометрия», «Архитектурная графика». Ведущую роль в этой группе играет именно рисунок, в том числе конструктивный.

Зарождение рисунка есть зарождение творческого замысла дизайнера. Рисунок (набросок) помогает в выборе оптимального вида в архитектурной графике, главного вида в инженерной графике, а также вида на фронтальной плоскости проекций в начертательной геометрии.

Изображение пространственных форм на плоскости — изначальная задача начертательной геометрии. Ортогональное проецирование является основным методом проецирования. В основе метода заложено проецирование объекта на две взаимно перпендикулярные плоскости лучами, перпендикулярными к этим плоскостям. Отсутствие «третьего измерения» на каждой из плоскостей проекций является признаком низкой степени наглядности такого изображения.

Цель дизайнера — представить плоскостное изображение наглядным. На эюре на каждой из проекций возможна передача наглядности изображения с применением элементов светотени. Тени, построенные на поверхностях объектов, позволяют лучше представить взаимное положение элементов. В настоящем пособии предложен способ передачи наглядности, практикуемый архитекторами, т. е. построение контура падающей тени от солнечных лучей в ортогональных проекциях.

## 1. Многогранники. Пересечение многогранников

Многогранником называется геометрическое тело, ограниченное со всех сторон плоскими многоугольниками, называемыми гранями. Линии пересечения граней (стороны многоугольников) — ребра многогранника, а точки пересечения ребер — его вершины.

Наиболее распространенными в инженерной практике многогранниками являются пирамиды и призмы.

Пирамидой называется многогранник, основание которого представляет собой многоугольник, а остальные грани — треугольники, имеющие общую вершину. Если вершина пирамиды проецируется ортогонально в центр тяжести основания, она называется прямой. Правильной пирамидой называется такая прямая пирамида, основанием которой является правильный многоугольник.

Призмой называется многогранник, две грани (основания) которого — равные параллельные многоугольники. Другие грани (боковые) — параллелограммы. Призма, боковые ребра которой перпендикулярны основанию, называется прямой.

Видимость граней многогранника на ортогональном чертеже определяется с помощью следующих правил [1]:

- 1) грань многогранника видна, если видны все ее ребра;
- 2) грань многогранника не видна, если не видно хотя бы одно ее ребро.

В общем случае два многогранника пересекаются по пространственной замкнутой ломаной линии. В частных случаях эта ломаная линия может распадаться на две и более замкнутые ломаные линии. Вершинами ломаной являются точки пересечения ребер одного многогранника с гранями другого. Стороны ломаной линии представляют собой отрезки прямых, по которым пересекаются грани многогранников. Отсюда следуют два способа построения линии пересечения поверхностей многогранников [2]:

- 1) *способ ребер* — построение вершин ломаной прямой как точек пересечения ребер первого многогранника с гранями второго и ребер второго

многогранника с гранями первого (при этом найденные точки соединяются в определенной последовательности, соблюдая следующее правило: *прямыми соединяются лишь те точки, которые принадлежат одной грани*);

2) *способ граней* — построение сторон ломаной прямой как отрезков прямых попарного пересечения граней данных многогранников.

## 2. Построение линии пересечения многогранников. Видимость

Даны: тетраэдр **ABCS** и прямая призма. Основанием призмы служит треугольник **DEK**. Боковые грани призмы являются проецирующими относительно горизонтальной плоскости проекций (далее — П1) (рис. 1).

Определим видимость ребер многогранников (рис. 2). Основание призмы **D<sub>1</sub>E<sub>1</sub>K<sub>1</sub>** находится выше всех ребер тетраэдра **ABCS** относительно П1, поэтому на П1 виден треугольник **D<sub>0</sub>E<sub>0</sub>K<sub>0</sub>**, который закрывает участки ребер **A<sub>0</sub>S<sub>0</sub>**, **B<sub>0</sub>S<sub>0</sub>** и **C<sub>0</sub>S<sub>0</sub>** (считается, что наблюдатель смотрит на плоскости проекций из бесконечности). Боковое ребро призмы **E<sub>0</sub>E<sub>1</sub>** на фронтальной плоскости проекций (далее — П2) видно, так как точка **E** находится ближе к наблюдателю, чем точки **D** и **K**.

Аналогично ребра тетраэдра **BA**, **BC** и **SC** на П2 видно, так как точка **B** находится ближе к наблюдателю, чем точки **A**, **C** и **S** (рис. 3). **AB** и **CS** — скрещивающиеся прямые. Горизонтальные проекции точек **1<sub>0</sub>** и **2<sub>0</sub>** совпадают. Точка **1** находится выше точки **2** относительно П1. Ребро **AB** тетраэдра **ABCS** на П1 видно, так как точка **1**, лежащая на указанном ребре, находится ближе к наблюдателю, чем точка **2**, лежащая на ребре **CS**.

Последовательно построим линии пересечения двух многогранников, определяя точки пересечения ребер тетраэдра с боковыми гранями призмы (рис. 4): **3 = BS ∩ E<sub>0</sub>E<sub>1</sub>K<sub>0</sub>K<sub>1</sub>**; **4 = CS ∩ E<sub>0</sub>E<sub>1</sub>K<sub>0</sub>K<sub>1</sub>**; **5 = AS ∩ E<sub>0</sub>E<sub>1</sub>K<sub>0</sub>K<sub>1</sub>**.

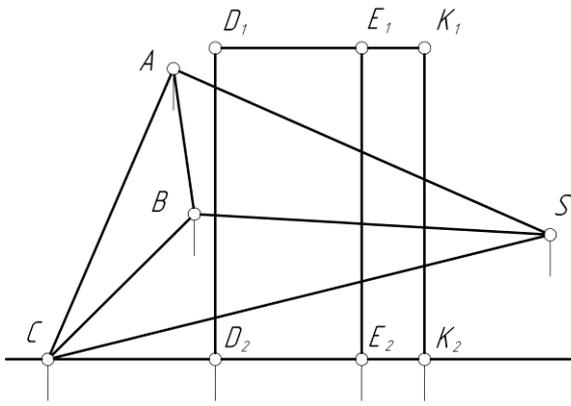


Рис. 1

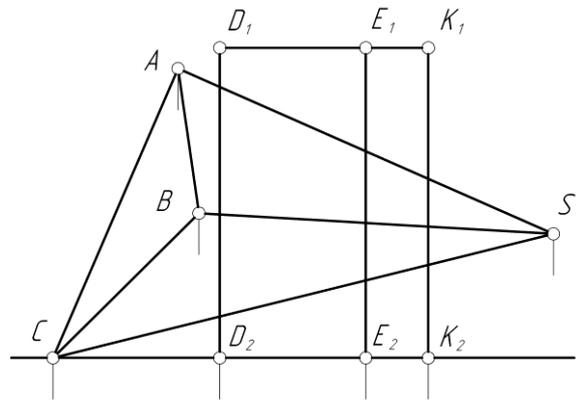


Рис. 2

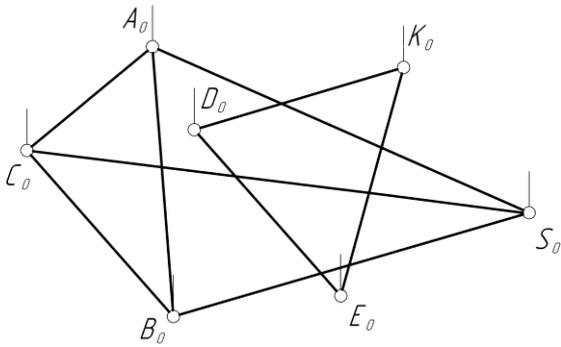


Рис. 3

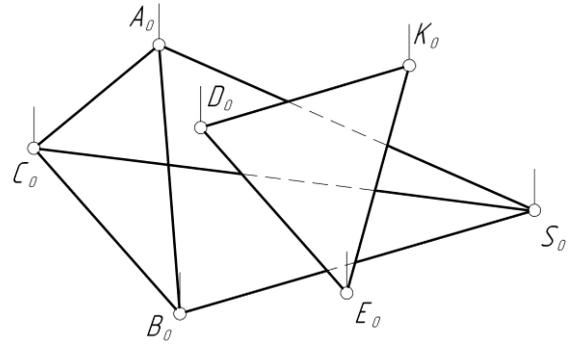


Рис. 4

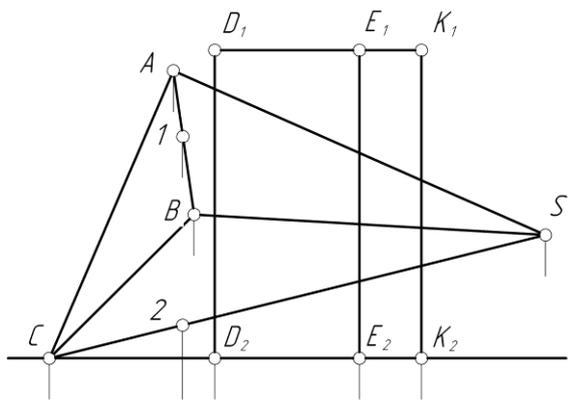


Рис. 3

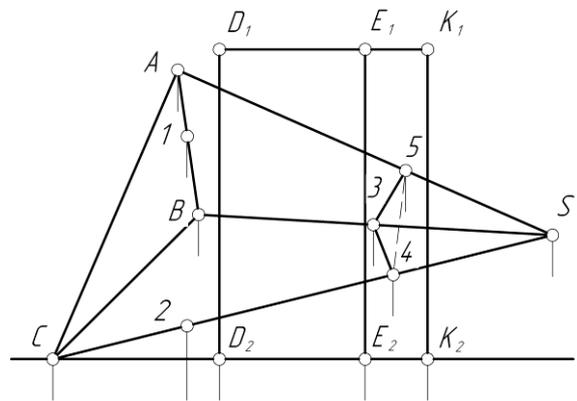


Рис. 4

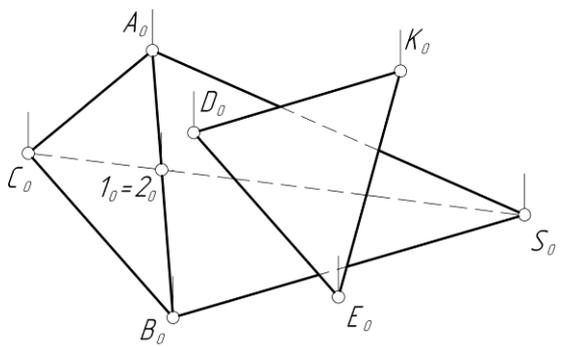


Рис. 3

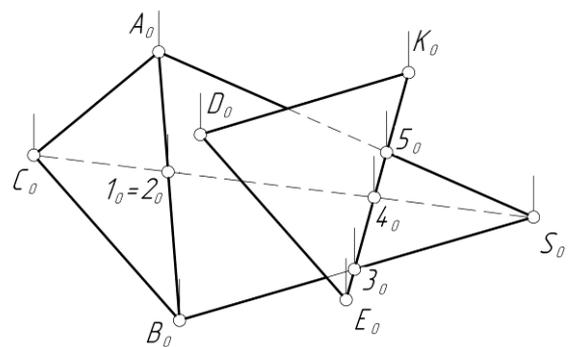


Рис. 4

Ломаная линия, соединяющая точки **3**, **4** и **5**, является *первой* линией пересечения многогранников. Покажем видимость прямых **34**, **35** и **45** на П2:

**34** и **35** находятся на видимых (ближних к наблюдателю) гранях тетраэдра, **45** находится на невидимой (дальней от наблюдателя) грани тетраэдра.

Определим точки *второй* линии пересечения многогранников (рис. 5):

$$6 = BS \cap E_0E_1D_0D_1; 7 = CS \cap E_0E_1D_0D_1; 8 = AS \cap D_0D_1K_0K_1.$$

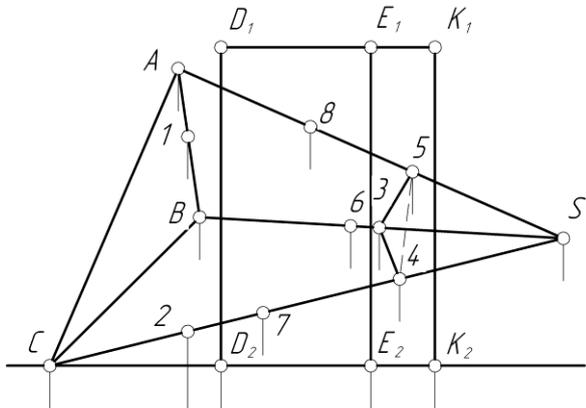


Рис. 5

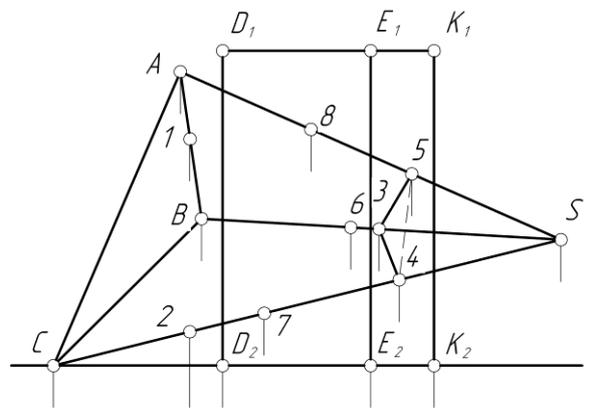


Рис. 6

Для нахождения точек **9** и **10** (пересечение ребра призмы  $D_0D_1$  с гранями тетраэдра  $ABS$  и  $ACS$ ) применим вспомогательную горизонтально-проецирующую плоскость  $\alpha$ , проходящую через ребро призмы  $D_0D_1$  и вершину тетраэдра  $S$  (рис. 6). Плоскость  $\alpha$  пересечет ребра тетраэдра  $AB$  и  $AC$  в точках  $F$  и  $G$  (рис. 7). Пересечение прямых  $FS$  и  $GS$  с ребром призмы  $D_0D_1$  укажет положение точек **9** и **10**:  $9 = FS \cap D_0D_1$ ;  $10 = GS \cap D_0D_1$ .

Соединив в определенном порядке найденные точки (указано стрелками), получим *вторую* линию пересечения многогранников **6–9–8–10–7** (рис. 8).

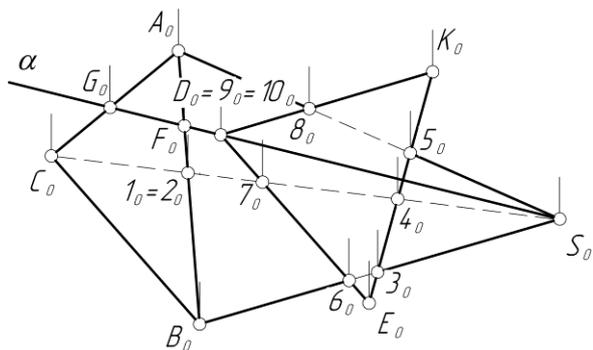
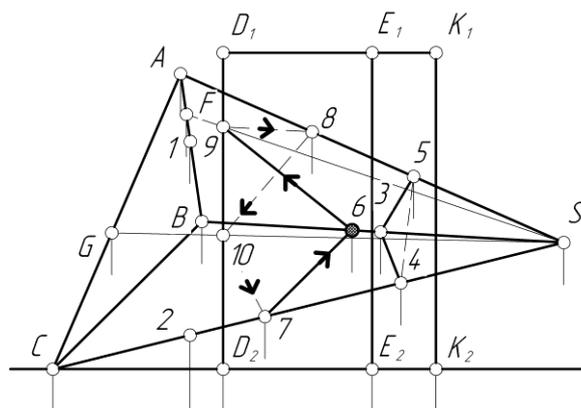
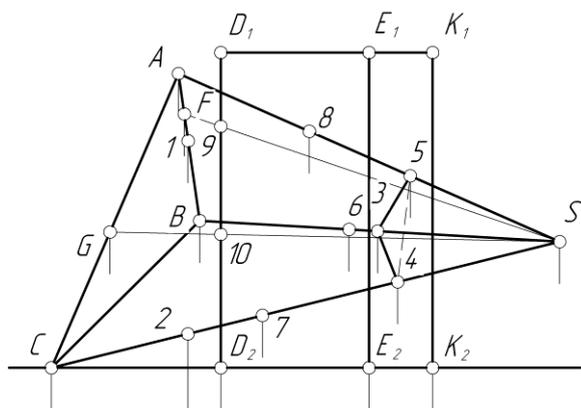


Рис. 7

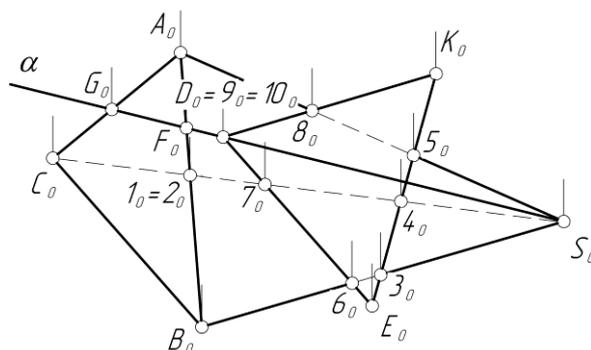


Рис. 8

Покажем видимость ребер многогранников (рис. 9).

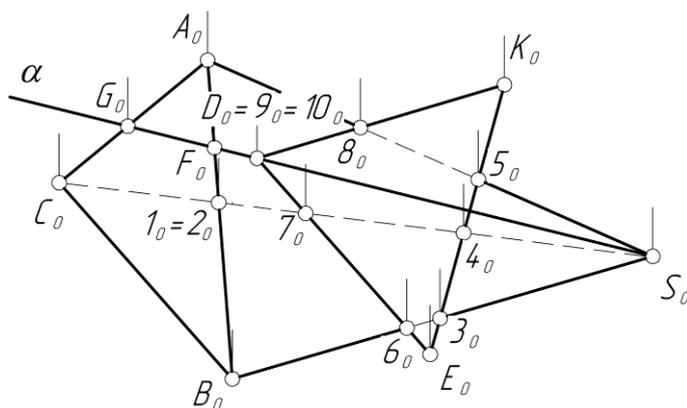
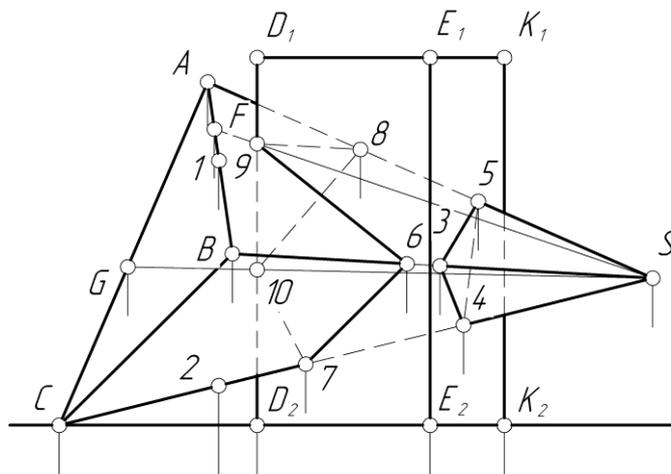


Рис. 9

### 3. Принципы построения теней

Для придания наглядности линейным изображениям их дополняют построением теней, которые получились бы в природе при освещении предмета [3]. Рассмотрим вариант освещения параллельными друг другу солнечными лучами (солнечные тени).

Тени делятся на *собственные* и *падающие*. Собственной тенью называется неосвещенная часть поверхности. Падающей тенью называется тень, которая падает на другую поверхность или на часть самой поверхности. Линия, отделяющая неосвещенную часть поверхности от освещенной, называется, соответственно, *контуром собственной тени* и *контуром падающей тени*.

Обертывающая данное тело поверхность с образующими, параллельными направлению лучей, называется *лучевой поверхностью* (или плоскостью) [3]. При освещении параллельными лучами образуется цилиндрическая поверхность.

Построение контуров собственных теней — это задача по определению *линии касания* лучевой обертывающей поверхности  $P_1P_2$  данного тела  $A$  (рис. 10). Построение падающих теней связано с определением *линии пересечения* двух поверхностей, из которых одна  $A$  данная, а другая  $B$  лучевая (рис. 11).

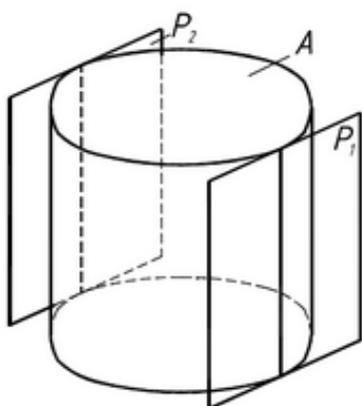


Рис. 10

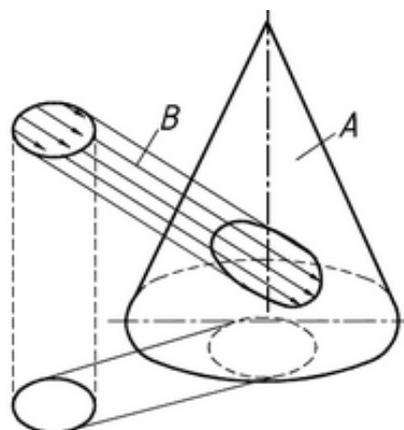


Рис. 11

В архитектурном проектировании принимается освещение параллельными лучами, направленными по диагонали куба **AB**, грани которого параллельны плоскостям проекций левой системы координат (рис. 12).

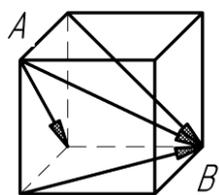


Рис. 12

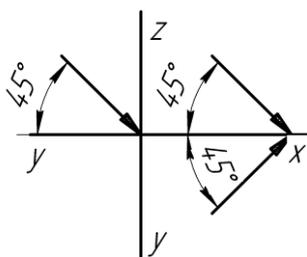


Рис. 13

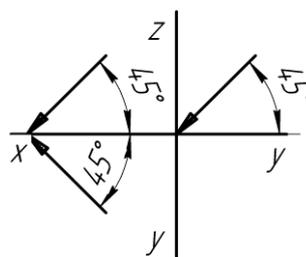


Рис. 14

Проекции лучей расположены под углом  $45^\circ$  к осям проекций **x**, **y**, **z**. На рис. 13 показано направление лучей для левой системы координат, на рис. 14 — для правой системы координат.

Тень от точки является точка пересечения светового луча **s**, проходящего через точку, с той плоскостью проекций, которая раньше встретится на его пути [4].

Тень от прямой линии на плоскость проекций — прямая (рис. 15).

Тень от прямой линии на плоскости проекций — ломаная (рис. 16).

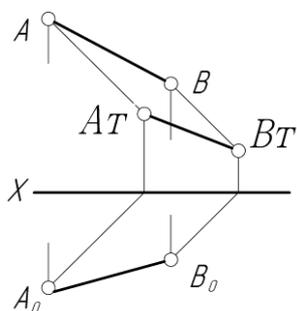


Рис. 15

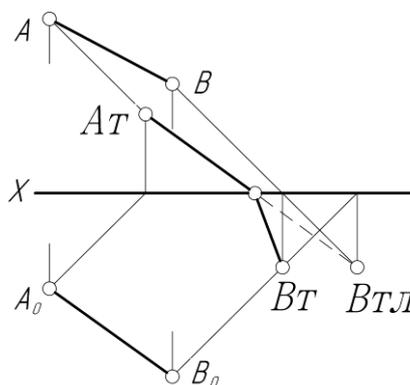


Рис. 16

На рис. 16 показано построение тени от отрезка **AB**. Тень от точки **A** падает на П2, а тень от точки **B** — на П1. Для построения тени всего отрезка необходимо воспользоваться ложной тенью от точки **B** на П2 или ложной тенью от точки **A** на П1. Отрезок **ATB0T** является тенью прямой **AB** на П2. Точка пересечения его с осью **x** определяет точку преломления реальной тени. Соединив эту точку с реальной тенью от точки **B** на плоскости П1, точкой **BТ**,

получим реальную тень от прямой **AB** на  $\Pi_1$ . Таким образом, реальной тенью отрезка прямой **AB** на плоскостях проекций является ломаная линия с точкой преломления, расположенной на линии пересечения этих плоскостей.

На рис. 17 показано построение тени от отрезка **DE** на плоскость общего положения. Для нахождения точек **1** и **2** (пересечение горизонтальной проекции светового луча из точки **E** с плоскостью треугольника **ABC**) применим вспомогательную горизонтально-проецирующую плоскость  $\alpha$ . Пересечение прямой **12** с фронтальной проекцией светового луча из точки **E** укажет положение точки  $E_{T_{ABC}}$ .

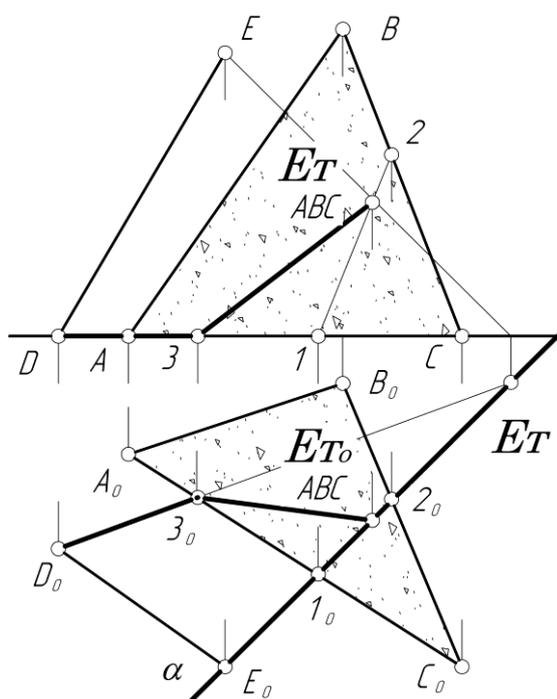


Рис. 17

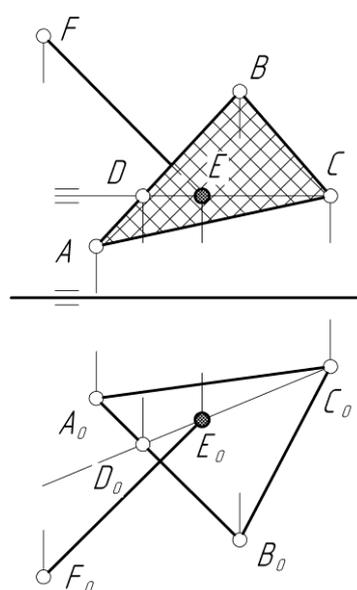


Рис. 18

Любое тело (далее — многогранник) может быть обращено к наблюдателю освещенной или неосвещенной стороной. Определение освещенности плоской фигуры показано на рис. 18. Из произвольной точки **E** плоской фигуры проведем прямую **EF**, параллельную световому лучу (точка **E** принадлежит горизонтали **CD** треугольника **ABC**). Определим видимость прямой **EF** относительно плоской фигуры. На  $\Pi_1$  отрезок **EF** виден. На  $\Pi_2$  отрезок **EF** частично закрыт плоскостью треугольника **ABC**. Сделаем вывод, что

на плоскость П1 треугольник  $ABC$  спроецирован освещенной, а на П2 — неосвещенной стороной, находящейся в собственной тени.

#### 4. Построение контура падающей тени от многогранников на плоскости проекций

Боковые ребра призмы являются прямыми частного положения (вертикальными прямыми). Падающая тень от вертикальной прямой на П1 параллельна направлению проекции светового луча на П1. Падающая тень от вертикальной прямой на П2 — вертикальная прямая.

Для построения тени от ребра  $EK$  воспользуемся ложной тенью от точки  $E$  на П1 (рис. 19). Отрезок  $КТЕТЛ$  является тенью прямой  $EK$  на П2. Точка пересечения его с осью  $x$  есть точка  $L$  — преломление реальной тени. Соединив эту точку с реальной тенью от точки  $E$  на П1, точкой  $ЕТ$ , получим реальную тень от прямой  $EK$  на П1.

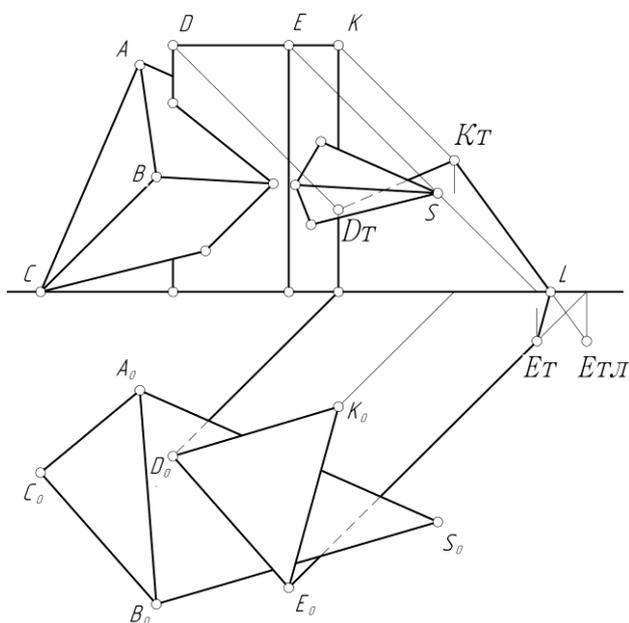


Рис. 19

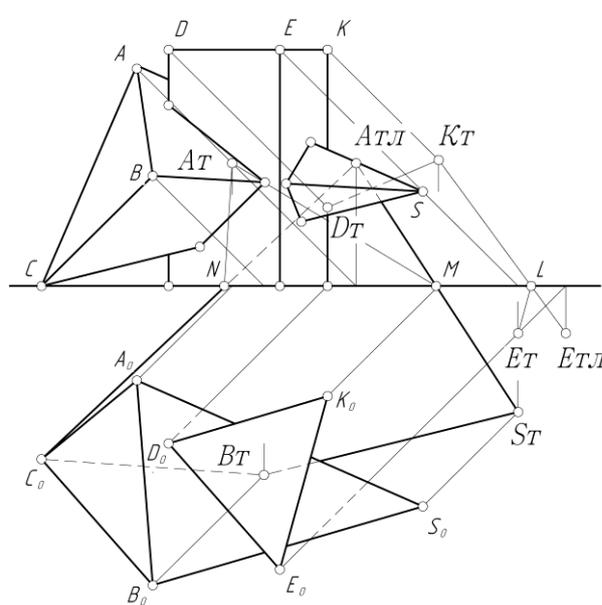


Рис. 20

Ребра тетраэдра являются прямыми общего положения. Одна из вершин многогранника, точка  $C$ , принадлежит П1, поэтому построение тени от точек  $B$  и  $S$  на П1 определит тень от ребер  $CB$  и  $CS$ , соответственно  $CBТ$  и  $CSТ$ .

Для построения тени от ребер **CA** и **SA** воспользуемся ложной тенью от точки **A** на П2 (рис. 20). Отрезок **СТАТЛ** является тенью прямой **SA** на П1. Точка пересечения его с осью **x** есть точка **M** — преломление реальной тени. Соединив эту точку с реальной тенью от точки **A** на плоскости П2, точкой **АТ**, получим реальную тень от прямой **SA** на П2.

Отрезок **С<sub>0</sub>АТЛ** является тенью прямой **CA** на П1. Точка пересечения его с осью **x** есть точка **N** — преломление реальной тени. Соединив эту точку с реальной тенью от точки **A** на плоскости П2, точкой **АТ**, получим реальную тень от прямой **CA** на П2.

Контур падающей тени от двух многогранников на плоскости проекций показан на рис. 21.

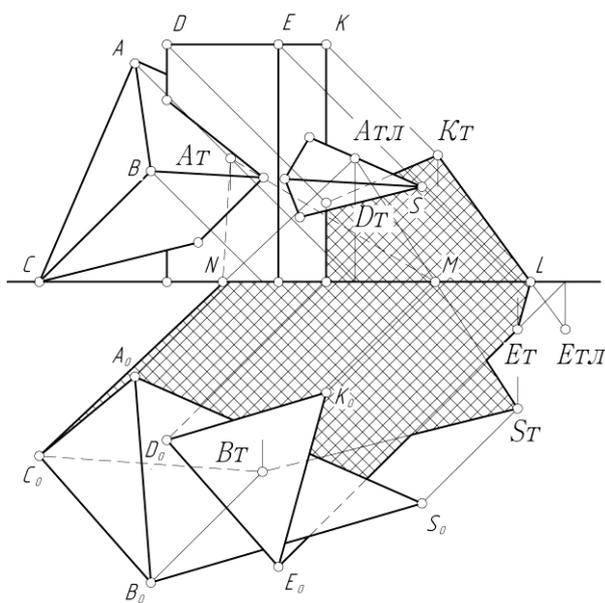


Рис. 21

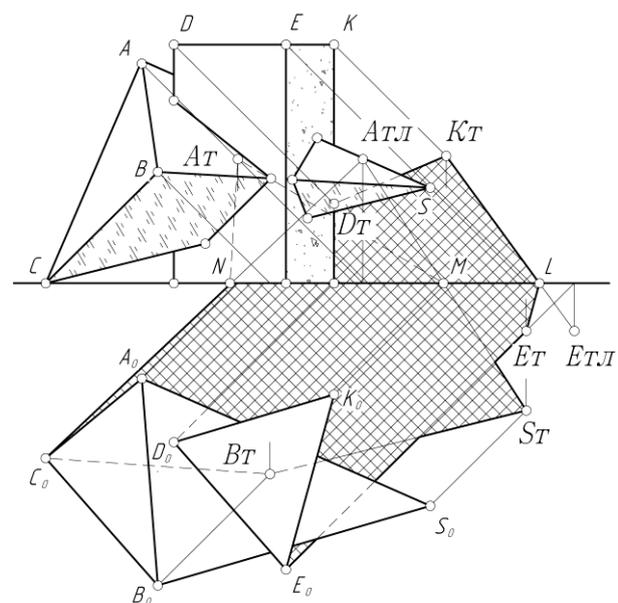


Рис. 22

## 5. Определение освещенности сторон многогранников

Определение освещенности плоской фигуры показано на рис. 18. Так, на П2 грани многогранников **CBS** и **EE<sub>0</sub>KK<sub>0</sub>** спроецированы неосвещенной стороной, находящейся в собственной тени (рис. 22).

**6. Построение контура падающей тени на гранях многогранников, являющихся плоскостями общего положения**

На рис. 23 показано построение тени от ребра  $EE_0$  на плоскость треугольника  $ABS$ . Для нахождения точек  $Q_0$  и  $R_0$  (пересечение горизонтальной проекции светового луча из точки  $E_0$  с ребрами  $B_0S_0$  и  $A_0S_0$ ) применим вспомогательную горизонтально-проецирующую плоскость  $\alpha$ . Прямая  $QR$  является контуром падающей тени на плоскости общего положения.

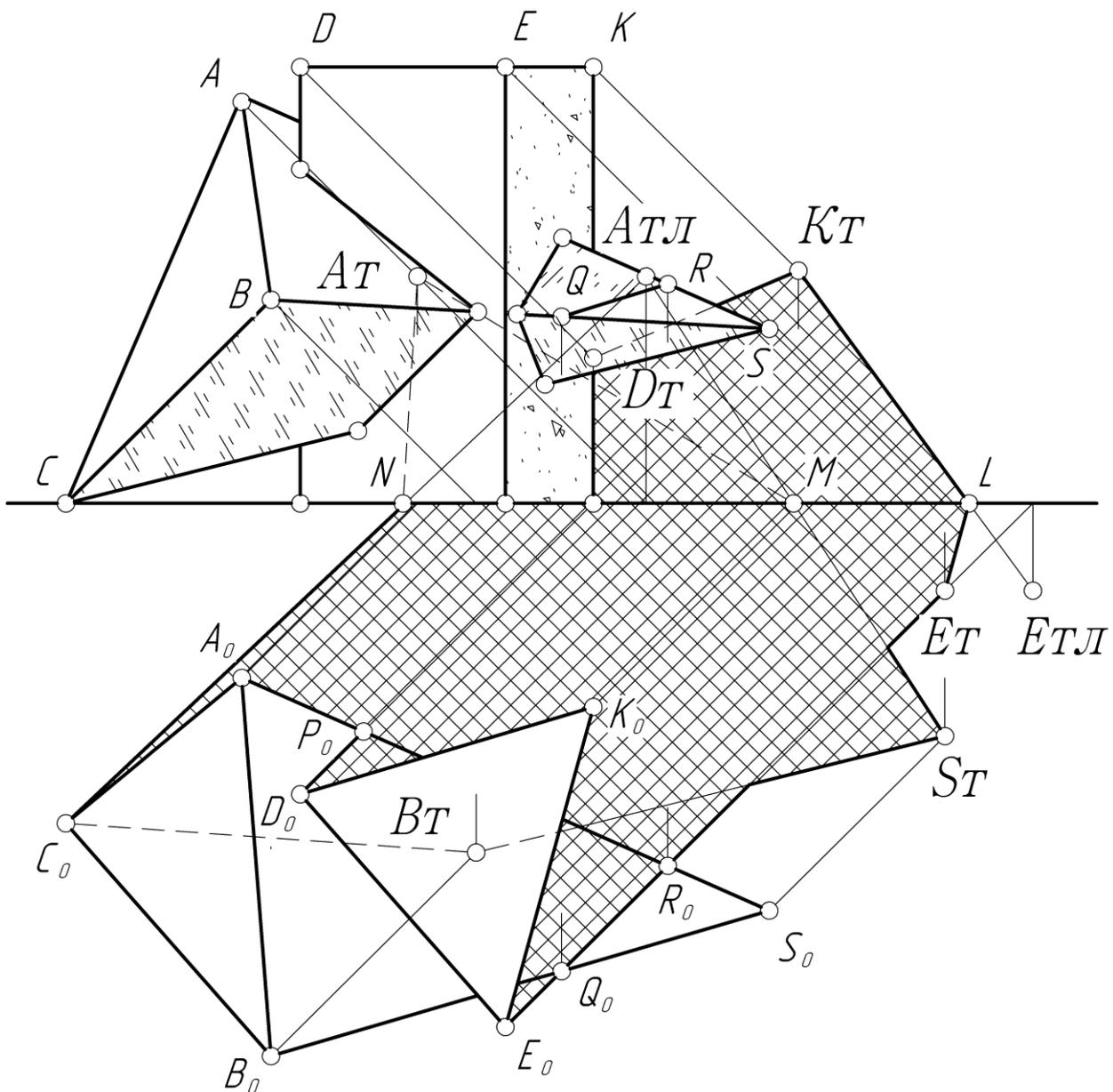


Рис. 23

## **7. Методические рекомендации по выполнению индивидуального графического задания**

Индивидуальное графическое задание предполагает выполнение следующих действий:

1. построить эпюры многогранников согласно данным варианта;
2. построить линии взаимного пересечения многогранников;
3. построить падающую тень от многогранников на плоскости проекций, а также собственные и падающие тени отдельных элементов на видимых гранях. При этом четные варианты принимают направление световых лучей для левой системы координат (рис. 13), нечетные — для правой системы координат (рис. 14);
4. отмыть тени (условимся падающие тени тонировать интенсивнее собственных).

При выполнении работы следует придерживаться следующих рекомендаций:

- работа выполняется на листе формата А3 (книжная ориентация);
- на эпюре сохраняются все линии построения;
- следует учесть смещение исходных данных от середины листа, так как тень на плоскости проекций упадет справа (слева) от многогранников.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Учебно-методическое пособие излагает учебный материал, включенный в программу дисциплины «Технический рисунок. Начертательная геометрия». Данное издание знакомит обучающихся с теорией, представленной в тематических разделах «Многогранники. Пересечение многогранников», «Принципы построения теней». Обучение теоретическим основам построения линии пересечения поверхностей, контура падающей тени способствует формированию основных знаний и навыков, необходимых для выполнения профессиональных обязанностей, установленных ФГОС ВО с учетом квалификационных требований (стандартов).

Автор выражает надежду на то, что материал, представленный в данном пособии, поможет студентам выполнять графические работы не только по дисциплине «Технический рисунок. Начертательная геометрия», но и по «Архитектурной графике».

### **Список рекомендуемой литературы**

1. Винник Н.С., Яромич Н.Н. Тени в ортогональных проекциях: методические указания. Брест: Брестский государственный технический университет, 2013. 23 с.
2. Жирных Б.Г., Серегин В.И., Шарикян Ю.Э. Начертательная геометрия: учебник. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. 168 с.
3. Тарасов Б.Ф., Дудкина Л.А., Немолотов С.О. Начертательная геометрия: учебник. СПб.: Изд-во «Лань», 2012. 256 с.
4. Шувалова С.С. Начертательная геометрия. Перспектива и тени: учебное пособие. СПб.: СПбГАСУ, 2013. 56 с.

Татьяна Юрьевна Сафонова

## МНОГОГРАННИКИ. ПОСТРОЕНИЕ ТЕНЕЙ

Учебно-методическое пособие

Выпускающий редактор В. А. Покидышева

Координатор редакционно-издательской группы О. Ф. Никандрова

Подписано к печати 09.07.2021 г. Формат 60x90/8  
Усл. печ. л. 6. 98. Печать офсетная. Бумага офсетная  
Отпечатано в типографии ООО «Турусел».  
197376, Санкт-Петербург, ул. Профессора Попова, д. 38  
[toroussel@gmail.com](mailto:toroussel@gmail.com)  
Заказ №                      Тираж 100 экз.